escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL

Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial

APELLIDOS

NOMBRE

Nº Mat.

Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º GRUPO A-309 Noviembre 2015

- **NO SE PUEDE USAR CALCULADORA PROGRAMABLE, NI DISPOSITIVO ELECTRÓNICO QUE PERMITA ALMACENAR O CONSULTAR EJERCICIOS**
- **LOS MOVILES DEBERAN ESTAR GUARDADOS Y APAGADOS.**
- **LAS CONTESTACIONES A LAPIZ NO SE CONSIDERARÁN**
- **CUALQUIER INTENTO DE COPIA, SOPLO, ETC. IMPLICARÁ UN CERO Y LA IMPOSIBILIDAD DE APROBAR EN ESTE CURSO DE LOS IMPLICADOS.**
- **SI AL RECOGER EL EJERCICIO ESTE NO ESTA LISTO, SE PUNTUARÁ AL 50%**

1. Problema (3 puntos-30 minutos)

El sistema de la figura muestra el esquema de un prototipo para intentar mantener estable el nivel de un depósito en torno a una referencia $h_{ref}(t)$. El depósito superior tiene un área superficial A_1 y un nivel $h_1(t)$ y el inferior un área A_2 y un nivel $h_2(t)$.

El caudal saliente del depósito de arriba y entrante en el de abajo, queda regulado por una válvula de muelle. Esta válvula se compone de un cilindro sólido de masa M, que al desplazarse un valor $x(t)$ descubre un orificio que dejará pasar más o menos líquido según la siguiente ecuación:

$$q_s(t) = K_1 \cdot x(t) \cdot \sqrt{h_1(t)}$$

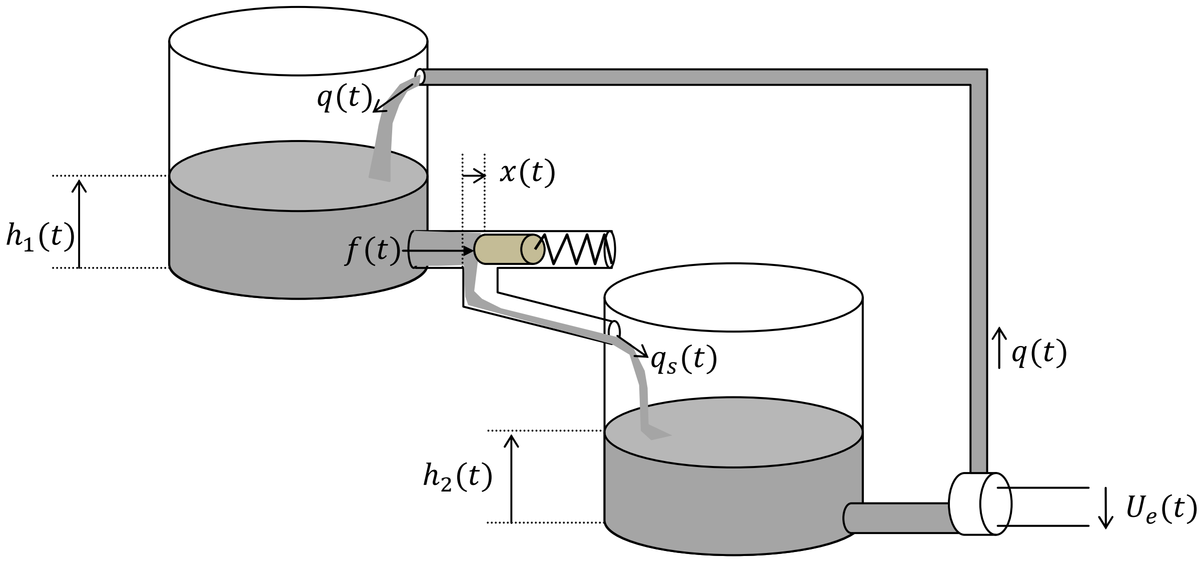
El cuerpo de la válvula estará sometido por un lado al empuje del líquido cuya fuerza resultante es:

$$f(t) = K_2 \cdot h_1(t)$$

y por otro a la fuerza del resorte de constante K, y un rozamiento lineal de constante B.

Desde el depósito de abajo se bombea agua al depósito de arriba gracias a una bomba que es controlada por medio de la tensión $U_e(t)$. Esta tensión se obtiene mediante un regulador proporcional, de forma que las ecuaciones que modelan el caudal mencionado son las siguientes:

$$q(t) = K_3 + K_4 \cdot U_e(t)^2$$
$$U_e(t) = K_5 \cdot (h_{ref}(t) - h_2(t))$$



Se pide:

1.- Ecuaciones algebro-diferenciales que modelan completamente el sistema

2.- Calcular el punto de equilibrio determinado por la altura h_{10}, h_{20}

3.- Dibujar el diagrama de bloques de todo el conjunto indicando las señales: $h_1, h_2, h_{ref}, q, q_s, x, f$, y siendo la salida $h_1(s)$ y la entrada $h_{ref}(s)$

1.- Ecuaciones algebro-diferenciales que modelan completamente el sistema

Además de las cuatro dadas por el enunciado son necesarias 3 más. Una por el equilibrio másico de cada depósito, y otra para reflejar la dinámica de la válvula:

a. $q_s(t) = K_1 \cdot x(t) \cdot \sqrt{h_1(t)}$

b. $f(t) = K_2 \cdot h_1(t)$

c. $q(t) = K_3 + K_4 \cdot U_e(t)^2$

d. $U_e(t) = K_5 \cdot (h_{ref}(t) - h_2(t))$

e. $q(t) - q_s(t) = A_1 \frac{dh_1(t)}{dt}$

f. $q_s(t) - q(t) = A_2 \frac{dh_2(t)}{dt}$

2.- Calcular el punto de equilibrio determinado por la altura h_{10}, h_{20}

Al estar la situación equilibrada, las derivadas respecto del tiempo de las alturas son nulas. Como consecuencia, y por el orden en que se van obteniendo, directamente de las ecuaciones se obtiene el punto de equilibrio:

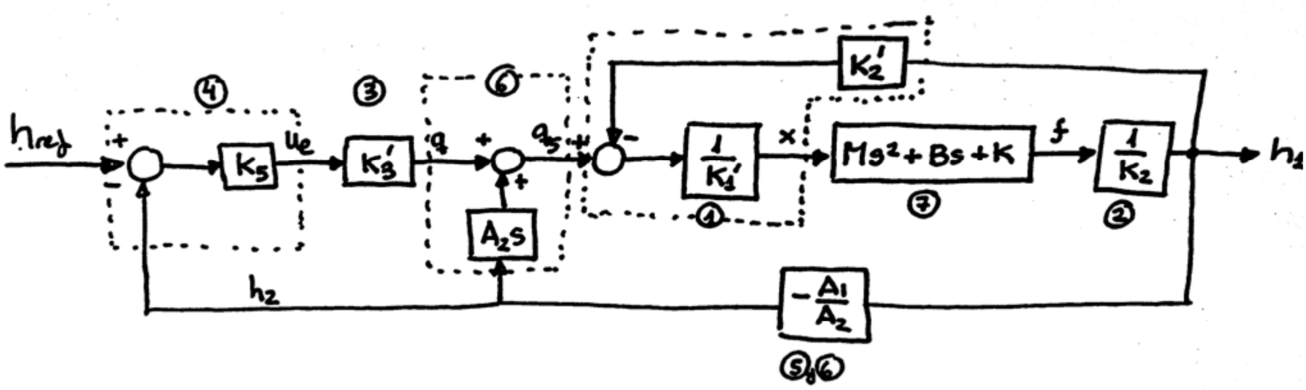
$$b \rightarrow f_0 = K_2 h_{10}$$
$$f \rightarrow x_0 = \frac{f_0}{K}$$
$$a \rightarrow q_{s_0} = K_1 x_0 \sqrt{h_{10}}$$
$$e, f \rightarrow q_0 = q_{s_0}$$
$$c \rightarrow U_{e_0} = \sqrt{\frac{q_0 - K_3}{K_4}}$$
$$d \rightarrow h_{ref_0} = \frac{U_{e_0}}{K_5} + h_{20}$$

3.- Dibujar el diagrama de bloques de todo el conjunto indicando las señales: $h_1, h_2, h_{ref}, q, q_s, x, f$, y siendo la salida $h_1(s)$ y la entrada $h_{ref}(s)$

Linealizamos las ecuaciones y pasamos al modelo incremental. Para facilitar después la claridad del diagrama de bloques, las constantes las vamos agrupando. En las variables incrementales, por claridad se omite la dependencia del tiempo:

$$\Delta q_s = K_1\sqrt{h_{10}}\Delta x + \frac{K_1 x_0}{2\sqrt{h_{10}}}\Delta h_1 = K_1'\Delta x + K_2'\Delta h_1$$
$$\Delta f = K_2 \Delta h_1$$
$$\Delta q = K_4 2 U_{e_0} \Delta U_e = K_3' \Delta U_e$$
$$\Delta U_e = K_5(\Delta h_{ref} - \Delta h_2)$$
$$\Delta \dot{h_1} = \frac{1}{A_1}(\Delta q - \Delta q_s)$$
$$\Delta \dot{h_2} = \frac{1}{A_2}(\Delta q_s - \Delta q)$$
$$\Delta f = M\Delta\ddot{x} + B\Delta\dot{x} + K\Delta x$$

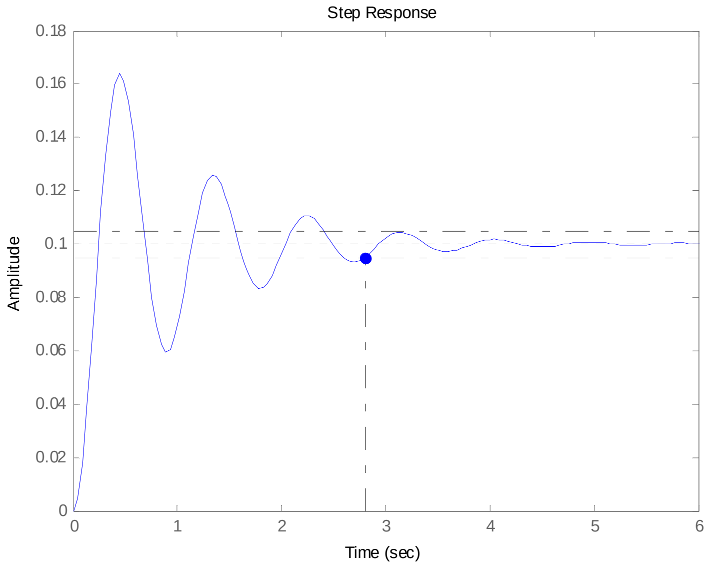
El paso a laplace es inmediato. Para el diagrama de bloques, de las ecuaciones e y f, nos permiten obtener una relación entre las alturas que simplifica mucho el diagrama final: $h_2 = -\frac{A_1}{A_2} h_1$(nótese que no tendría sentido el signo negativo, si no es porque las alturas en este caso son incrementos respecto del punto de equilibrio). Empezando con la ecuación b, y yendo hacia atrás, se puede dibujar el siguiente entre los múltiples diagramas de bloques posibles:



2. Cuestión (3 puntos-20 minutos)

Dibujar y caracterizar indicando justificadamente los valores más significativos la respuesta ante el escalón de las siguientes funciones de transferencia:

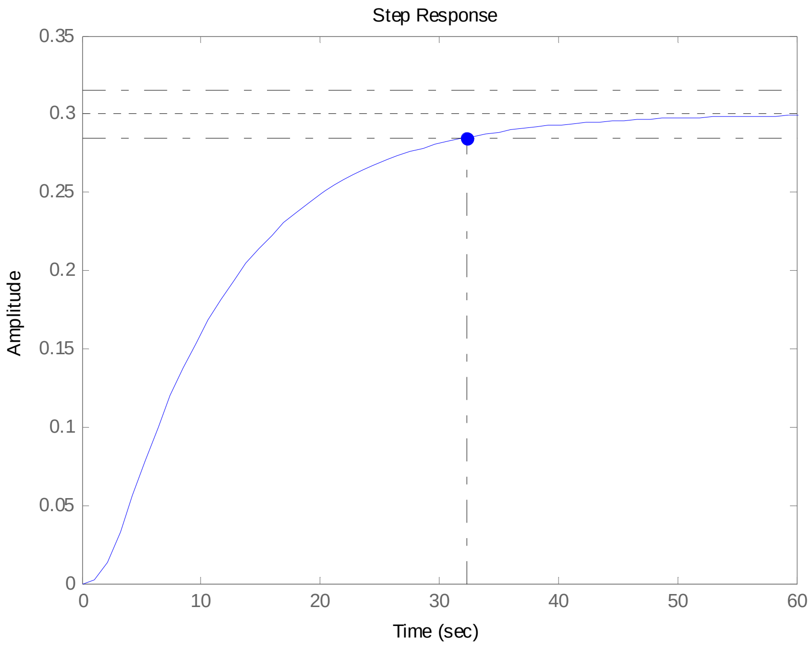
a) $\boldsymbol{G(s) = \frac{5}{s^2+2s+50}}$



$$K_e = 0.1$$
$$\sigma = 1; \omega_d = 7;\ \theta = \text{atan}\,(7)$$
$$t_s = \frac{\pi}{\sigma}$$
$$\dot{y}(0) = 0$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{7}$$
$$M_p = 100e^{-\frac{\pi}{7}}$$

Aunque la sobreoscilación sin calculadora no es calculable, si se puede deducir que es muy alta.

b) $\boldsymbol{G(s) = \frac{0.135}{(s+1)^2(s+4.5)(s+0.1)}}$

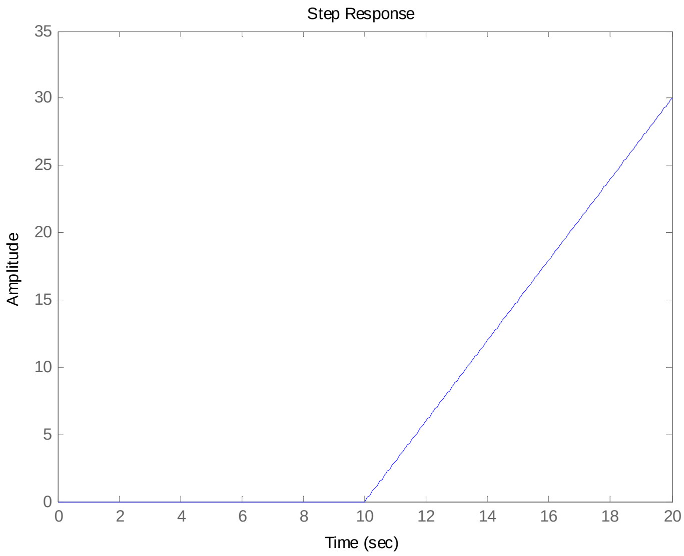


$$K_e = 0.3$$
$$t_s = \frac{3}{0.1} = 30$$
$$\dot{y}(0) = 0$$
$$T = 10$$

Se hace el sistema reducido equivalente que tiene un solo polo en -0.1

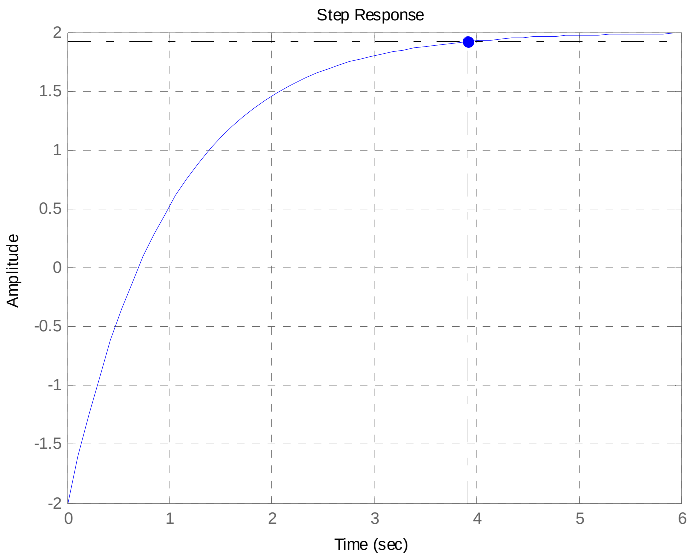
escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	**APELLIDOS** **NOMBRE** Nº Mat. **ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA** **CURSO 3º GRUPO A-309 Noviembre 2015**	Calificación

c) $\boldsymbol{G(s) = 3\frac{e^{-10s}}{s}}$



Integración de un escalón de amplitud 3, y retrasado todo 10 segundos. (Rampa de pendiente 3)

d) $\boldsymbol{G(s) = -2\frac{s-1}{s+1}}$

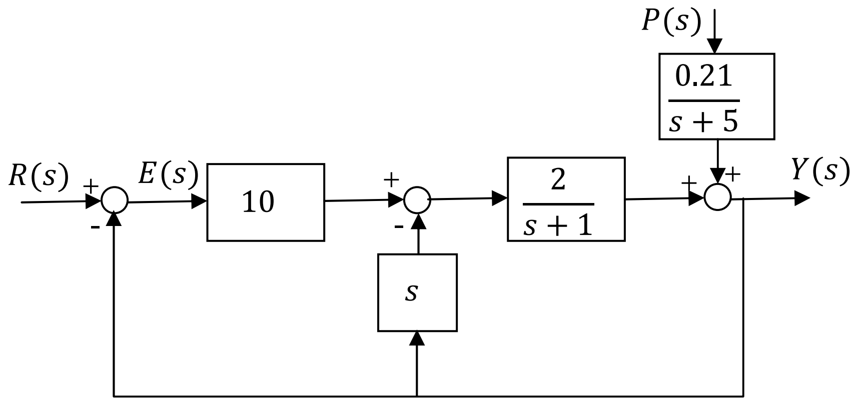


Sistema de primer orden de fase no mínima:

$$K_e = 2$$
$$y(0) = -2$$
$$T = 1$$
$$t_s \geq 3$$

3. Cuestión 2 (2 puntos-15 minutos)

Determinar el valor de E(s) en relación con las dos entradas al sistema:

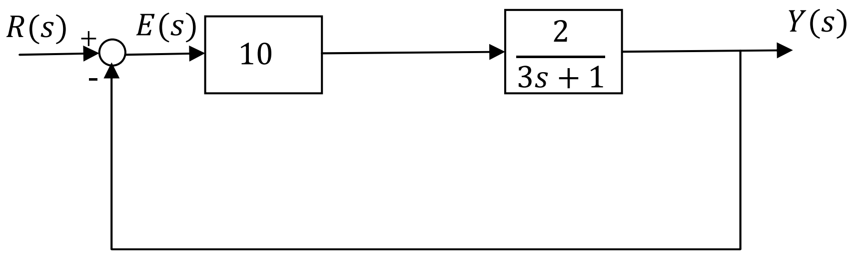


Aunque se puede hacer directamente reduciendo el diagrama de bloques, la manera más sencilla consiste en plantear:

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$
$$Y(s) = M_1(s)R(s) + M_2(s)P(s)$$

y por tanto:

$E(s) = (1 - M_1(s))R(s) - M_2(s)P(s)$, siendo $M_1(s)$ la función de transferencia que relaciona Y(s) con R(s) considerando P(s)=0, y $M_2(s)$ la relación entre Y(s) y P(s) considerando R(s) nula. Para el primer caso, al eliminar P(s), es facil resolver la primera realimentación (H(s) = s), quedando el diagrama de bloques:



y por tanto:

$$M_1(s) = \frac{10\frac{2}{3s+1}}{1+10\frac{2}{3s+1}} = \frac{20}{3s+1} \rightarrow \left(1 - M_1(s)\right) = \frac{3s+1}{3s+21} = \frac{s+\frac{1}{3}}{s+7}$$

$$M_2(s) = \frac{0.21}{s+5}\,\frac{1}{1+\frac{2}{s+1}(s+10)} = \frac{0.21}{s+5}\,\frac{s+1}{3s+21}$$

escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA Y DISEÑO INDSUTRIAL Departamento Electrónica, Automática e Informática Industrial	APELLIDOS NOMBRE Nº Mat. Calificación ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA CURSO 3º GRUPO A-309 Noviembre 2015

CUESTION BONUS (+0.5 puntos). Brevemente conteste a la siguiente pregunta: ¿Cuál es la razón fundamental por la que se realimentan los sistemas de control? Ejemplificarlo con un sistema que no haya sido mencionado en clase

3. Cuestión 3 (2 puntos-15 minutos)

Dado un sistema cuya respuesta y(t) ante un impulso tiene la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{y(t) = e^{-t} - e^{-2t}}$$

Obtener la respuesta del mismo ante la siguiente entrada:

$$\boldsymbol{x(t) = e^{-t}}$$

La función de transferencia es la Transformada de la respuesta impulsional:

$$G(s) = L(e^{-t} - e^{-2t}) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

La respuesta ante cualquier entrada se puede calcular mediante el producto:

$$Y(s) = X(s)G(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)}$$

Por tanto la respuesta es la antitransformada de dicha expresión, que por residuos es muy directa:

$$y(t) = L^{-1}\left[\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}\right] = L^{-1}\left[\frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+1} + \frac{1}{(s+1)^2}\right] = e^{-2t} - e^{-t} + te^{-t}$$